

Analyse des structures par optimisation convexe

Application aux charpentes métalliques

C. El Boustani [a,b], J. Bleyer [a], K. Sab [a] , M. Arquier [b] , M-K. Ferradi [b]

[a] *Laboratoire Navier, ENPC, IFSTTAR, CNRS UMR 8205, Marne-La-Vallée, France*

[b] *Strains, Paris , France*

Introduction

Contexte industriel : Développement d'outils de calcul performants et fiables au sein de Strains.

Enjeux :

- Dimensionnement d'assemblages 3D de charpente métallique complexes couplant plusieurs non-linéarités (matérielles et de contact).
- Besoin de calculs robustes et efficaces pour les ingénieurs du génie civil.

Méthodologie :

- Estimation des charges de ruine par le calcul à la rupture/analyse limite.
- Résolution de problèmes d'optimisation convexe.
- Extension aux calculs élastoplastiques



Problèmes de minimisation

Cas des matériaux standards généralisés exprimés à l'aide de deux pseudo-potentiels duaux :

$$\varphi(\boldsymbol{\varepsilon}) + \varphi^*(\boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} \geq 0$$

Définition de deux fonctionnelles d'énergie potentielle et complémentaire :

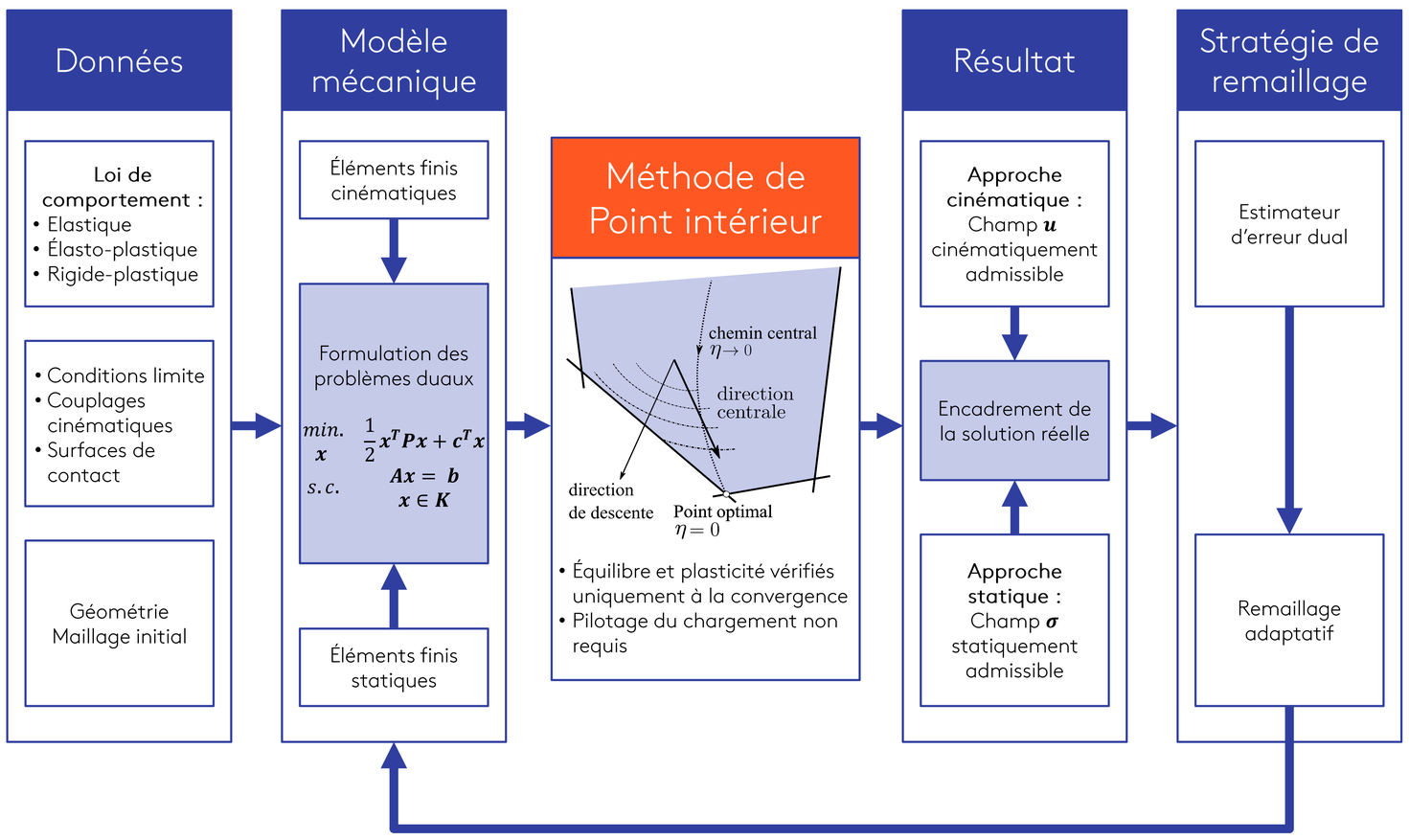
$$\boldsymbol{\Pi_p(u)} = \int_\Omega \varphi(\boldsymbol{\varepsilon})\, d\Omega - \int_\Omega \boldsymbol{b}.\boldsymbol{u}\, d\Omega - \int_{\Gamma_t} \boldsymbol{t_d}.\boldsymbol{u}\, d\Gamma \quad \text{et} \quad \Pi_c(\boldsymbol{\sigma}) = \int_\Omega \varphi^*(\boldsymbol{\sigma})\, d\Omega - \int_{\Gamma_u} (\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n}).\boldsymbol{u_d}\, d\Omega$$

Définition de deux problèmes de minimisation duaux :

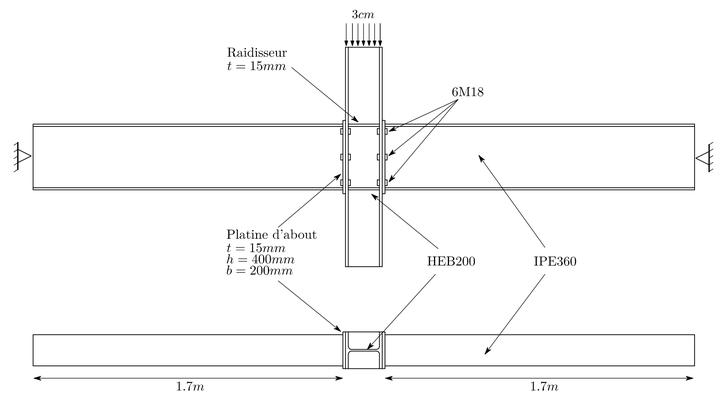
$$\text{(EP)} \quad \min_{\boldsymbol{u}} \ \Pi_p(\boldsymbol{u}) \quad s.c. \quad \boldsymbol{u}\ \textit{cinématiquement admissible} + \textit{conditions coniques}$$

$$\text{(EC)} \quad \min_{\boldsymbol{\sigma}} \ \Pi_c(\boldsymbol{\sigma}) \quad s.c. \quad \boldsymbol{\sigma}\ \textit{statiquement admissible} + \textit{conditions coniques}$$

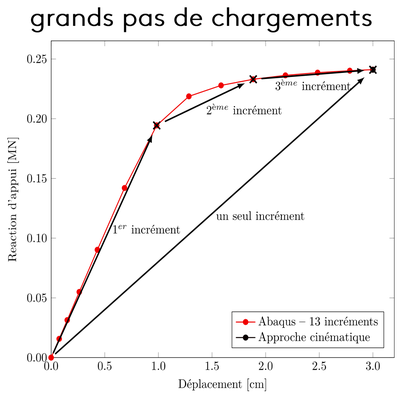
Structure de l'algorithme



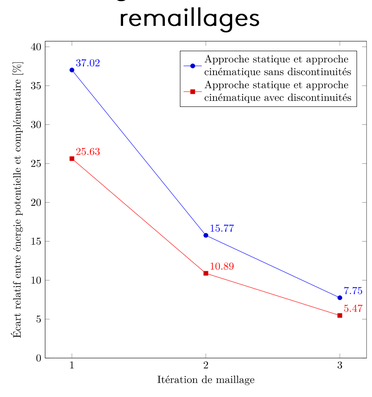
Analyse élastoplastique



Robustesse vis-à-vis des grands pas de chargements



Convergence au bout de 2 remaillages

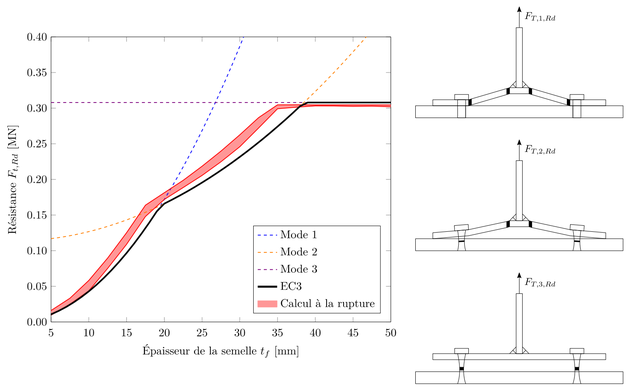


90 itérations (13 incréments) avec Abaqus contre 21 itérations (1 incrément) avec le point intérieur ⇒ **Réduction du nombre d'itérations**
Réduction du temps de calcul d'un facteur 4

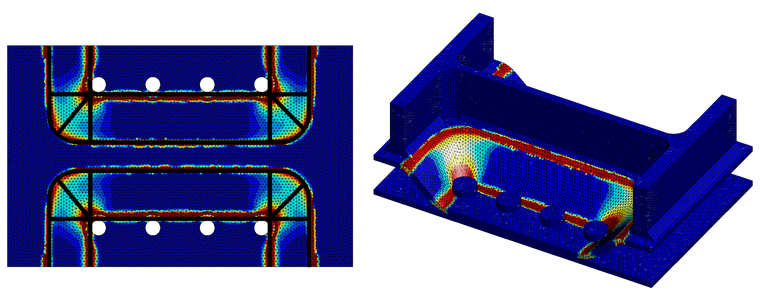
Résistance ultime d'assemblages

Confrontation aux calculs manuels de l'Eurocode 3 : détermination du mode de ruine critique

Adéquation entre les modes de ruine et les valeurs ultimes prescrites par l'EN1993-1-8



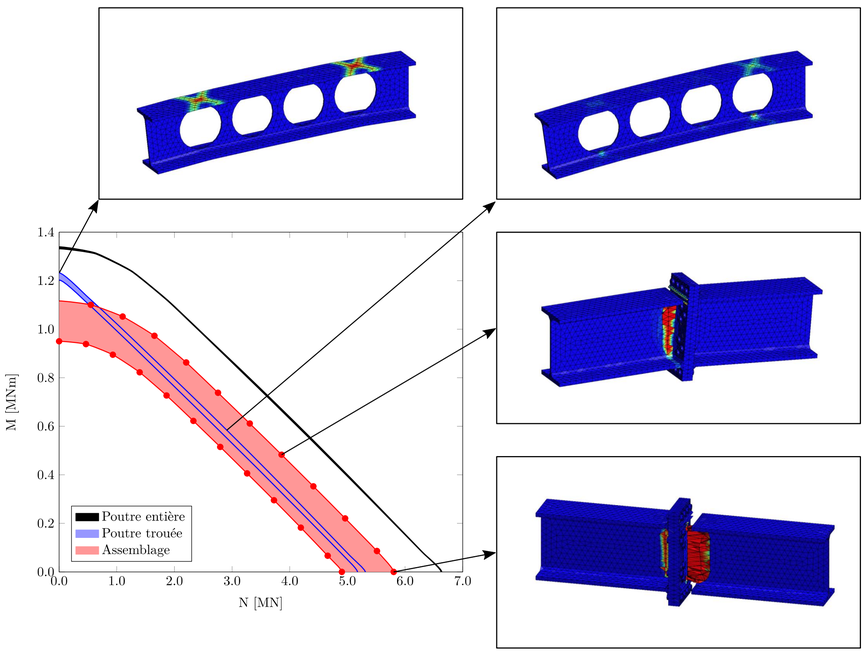
Détermination des mécanismes de ruine pour des assemblages plus complexes



Écart d'environ de 15% par rapport à la résistance calculée par la méthode des composantes de l'Eurocode 3.

Diagramme d'interaction

Diagramme d'interaction à deux paramètres N et M pour un assemblage de continuité.



Temps de calcul : **600*s*** à **700*s*** par approche et par chargement pour un système d'environ **500 000** degrés de liberté.

Conclusion

La méthode de point intérieur :

- montre une meilleure robustesse vis-à-vis des problèmes non linéaires convexes, et une convergence certaine.
- permet d'obtenir un formalisme général où divers comportement de matériaux peuvent être gérés efficacement.
- est bien adaptée pour les problèmes à seuil où les matrices tangentes sont singulières.

Cette méthode est implémentée au sein du logiciel DS-Steel de Strains spécialisé dans le calcul et la vérification d'assemblages. Plusieurs extensions sont en cours pour inclure les non-linéarités géométriques ou différents comportement de matériaux.

Références :

[1] G. De Saxcé et Z.-Q. Feng, « The bipotential method: A constructive approach to design the complete contact law with friction and improved numerical algorithms », *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 28, nº 4, p. 225-245, août 1998.

[2] E. D. Andersen, C. Roos, et T. Terlaky, « On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization », *Mathematical Programming*, vol. 95, nº 2, p. 249-277, févr. 2003.

[3] Y. E. Nesterov et M. J. Todd, « Primal-dual interior-point methods for self-scaled cones », *SIAM Journal on optimization*, vol. 8, nº 2, p. 324–364, 1998.

[4] J. P. M. de Almeida et E. A. W. Maunder, *Equilibrium Finite Element Formulations*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2017.

[5] P. Ladevèze et J. P. Pelle, *Mastering calculations in linear and nonlinear mechanics*. New York: Springer Science, 2005.

[6] Y. Kanno, *Nonsmooth mechanics and convex optimization*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2011.

