

Optimisation des amortisseurs à masse accordée placés en parallèle

Anissa Allani^{1,2*}, Franco Maceri¹, Pierre Argoul²

¹Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" Dipartimento di ingegneria civile, Via del Politecnico, 1 – 00133 Roma, Italia

²Université Paris Est, Laboratoire Navier (ENPC/IFSTTAR/CNRS), Ecole des Ponts ParisTech, ENPC, 6&8 Avenue Blaise Pascal, Champs sur Marne, F77455 Marne la Vallée Cedex 2, France

Les amortisseurs à masse accordée (AMA), (« Tuned Mass Dampers » en anglais) sont de nos jours très souvent utilisés pour le contrôle passif des vibrations de bâtiments et d'ouvrages d'art comme par exemple, le gratte-ciel du centre mondial des finances de Shanghai (492 m) ou la passerelle du Millenium à Londres. Un AMA consiste en une masse liée à un niveau de la structure par l'intermédiaire d'un ressort et d'un d'amortisseur linéaires.

La performance d'un amortisseur à masse accordée est fortement liée au réglage de ses paramètres [1-2]. Le problème est alors l'optimisation du placement des AMAs et de leurs paramètres mécaniques afin de réaliser une bonne atténuation des vibrations de la structure principale. L'objectif de cette présentation se limite à comparer plusieurs critères d'optimisation des paramètres mécaniques de p AMAs placés en parallèle et appliqués à un système principal à 1 degré de liberté (DDL) excité par sa base (en vue d'une application à la sismique). Dans la pratique, les masses des AMA sont fixées et les autres paramètres sont adimensionnalisés. Les $2p$ paramètres « sans dimension » à identifier sont alors : les p rapports β_j entre la pulsation propre ω_j de chaque AMA sur celle ω_s de la structure principale : $\beta_j = \frac{\omega_j}{\omega_s}$, et les p taux d'amortissement ξ_j de chaque AMA pour j variant de 1 à p .

Il existe dans la littérature plusieurs critères d'optimisation des paramètres des AMAs que nous classons en deux familles suivant la dépendance de fonctionnelle à minimiser :

- (1) au facteur dynamique DA_B^S . Ce facteur sans dimension est relié à la fonction de transfert $H_{X_s/\ddot{X}_g}(ir)$ définie par le rapport de la transformée de Laplace du déplacement relatif de la structure principale sur celui de l'excitation à la base :
$$DA_B^S(r) = \omega_s^2 \left| H_{X_s/\ddot{X}_g}(ir) \right|$$
 avec $r = \frac{\omega}{\omega_s}$, ω_s étant la pulsation propre de la structure principale. Certains auteurs utilisent également la vitesse ou l'accélération au lieu du déplacement relatif.
- (2) au placement des pôles deux à deux complexes conjugués λ_l et $\bar{\lambda}_l$ ($1 \leq l \leq p+1$) du système couplé, par rapport à l'axe vertical, dans le plan complexe.

Nous présentons ensuite les quatre critères sans dimension retenus pour la minimisation, les deux premiers appartiennent à la première famille et les deux suivants à la deuxième famille. Le premier critère utilise la norme $L_\infty([r_1, r_2])$ fondée sur le maximum du module sur

* Anissa.Allani. Tel.: +33(0)164153701; fax: +33(0)164153741.
anissa.allani@enpc.fr.

l'intervalle $[r_1, r_2]$ avec $r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_s}$ et $r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_s}$, ω_1 et ω_2 étant les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle fréquentiel de l'étude:

$$C_1(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \|DA_B^S\|_\infty = \max_{r \in [r_1, r_2]} (DA_B^S(r))$$

où $r = \frac{\omega}{\omega_s}$, avec ω_s la pulsation propre de la structure principale.

Le second critère utilise la norme L_2 ($[r_1, r_2]$) fondée sur la racine carrée de l'intégrale sur l'intervalle $[r_1, r_2]$ du module au carré, liée à l'énergie dissipée :

$$C_2(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \|DA_B^S\|_2 = \sqrt{\int_{r_1}^{r_2} (DA_B^S(r))^2 dr}$$

Ce critère est lié à une énergie dissipée ; lorsque $r_1=0$ et $r_2=+\infty$, on a (théorème de Parseval-Plancherel):

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} (DA_B^S(r))^2 dr &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| H_{X_s/\ddot{X}_g} \left(i \frac{\omega}{\omega_s} \right) \right|^2 \omega_s^3 d\omega = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| TF \left[h_{X_s/\ddot{X}_g}(t) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_s} \right) \right|^2 \omega_s^3 d\omega \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| TF \left[h_{X_s/\ddot{X}_g}(\omega_s t) \right] (\omega) \right|^2 \omega_s^5 d\omega = \pi \omega_s^5 \int_0^{+\infty} \left| h_{X_s/\ddot{X}_g}(\omega_s t) \right|^2 dt = \pi \omega_s^4 \int_0^{+\infty} \left| h_{X_s/\ddot{X}_g}(t) \right|^2 dt \end{aligned}$$

où $h_{X_s/\ddot{X}_g}(u)$ est une réponse impulsionnelle en (s^2)

Le troisième critère, désigné en anglais par « minimax pole shifting » [3], cherche à maximiser le taux de l'amortissement modal minimal du système couplé :

$$C_3(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \max_{1 \leq l \leq p+1} \left(\frac{\text{Re}(\lambda_l)}{|\lambda_l|} \right)$$

Le dernier critère est fondé sur la maximisation du taux de la décroissance exponentielle (en anglais « exponential time-decay rate ») [4-5]. Il a tendance à éloigner de l'axe des imaginaires, le pole le plus proche de cet axe dans le plan complexe. Il s'exprime par :

$$C_4(\beta_1, \dots, \beta_p, \xi_1, \dots, \xi_p) = \frac{1}{\omega_s} \max_{1 \leq l \leq p+1} (\text{Re}(\lambda_l))$$

Notons que ces deux derniers critères sont très semblables parce que les pulsations modales des AMA sont voisines de la pulsation de la structure principale :

$$\frac{\text{Re}(\lambda_l)}{|\lambda_l|} = \xi_l^* \text{ et } \frac{\text{Re}(\lambda_l)}{\omega_s} = \frac{\xi_l^* \omega_l}{\omega_s} \approx \xi_l^*$$

La procédure de minimisation pour chacun des 4 critères précédents a été réalisée de façon analytique ou numérique. Pour les deux premiers critères, nous avons calculé l'expression analytique de $DA_B^S(r)$ qui est reliée à celle du facteur d'amplification dynamique DA_F^S défini par le rapport de l'amplitude de la réponse à une excitation harmonique sur la réponse statique de la structure principale :

$$DA_B^S(r) = DA_F^S(r) \times \sqrt{C^2(r) + D^2(r)} = \sqrt{\frac{C^2(r) + D^2(r)}{A^2(r) + B^2(r)}}$$

$$\text{avec } A(r) = 1 - r^2 - \sum_{j=1}^p \frac{\mu_j r^2 \left[\beta_j^2 (\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2 \right]}{(\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2}; B(r) = 2\xi_s r + \sum_{j=1}^p \frac{2\mu_j \xi_j \beta_j r^5}{(\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2}$$

$$C(r) = 1 + \sum_{j=1}^p \frac{\mu_j \left[\beta_j^2 (\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2 \right]}{(\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2} \text{ et } D(r) = - \sum_{j=1}^p \frac{2\mu_j \xi_j \beta_j r^3}{(\beta_j^2 - r^2)^2 + (2\xi_j \beta_j r)^2}$$

Pour le critère C_2 , on calcule ensuite la surface du module de $DA_B^S(r)$ au carré à l'aide d'une méthode de quadrature. L'intervalle choisi $[r_1, r_2]$ est : $r_1 = 0.5$ et $r_2 = 1.5$.

Pour les critères C_3 et C_4 , on calcule numériquement les racines du polynôme caractéristique de la matrice d'état du système complet.

On fixe ensuite un nombre des AMA par exemple, $p = 6$ et on choisit un amortissement $\xi_s = 0.05$ dans la structure principale. Les quatre critères C_1 et C_2 sont alors minimisés séparément en utilisant la fonction « fminsearch » de MATLAB avec les contraintes suivantes sur les paramètres : $0.7 \leq \beta_p \leq 1.8$ et $0.01 \leq \xi_p \leq 0.35$.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude de la variation du facteur dynamique maximal $\|DA_B^S(r)\|_{\infty}$ dans le cas d'une excitation à la base, en fonction du nombre des AMA et pour les quatre critères d'optimisation. On trace également la variation du déplacement relatif maximal de chaque AMA et on compare les différents critères.

On a appliqué enfin le séisme de l'Aquila (Italie-2009) sur les systèmes avec les paramètres optimisés et nous avons étudié l'évolution temporelle du déplacement de la structure principale.

Les principales conclusions obtenues par ces résultats sont les suivantes :

- L'augmentation du nombre des AMA conduit à la réduction du déplacement maximal et de l'énergie de la structure principale.

- Les méthodes basées sur la 1^{ère} famille sont plus efficaces pour réduire le déplacement de la structure principale que les méthodes fondées sur le placement des pôles (minimax, ETD). Cependant les méthodes fréquentielles présentent des limitations concernant le niveau du déplacement de l'amortisseur. Les résultats obtenus montrent que les déplacements relatifs des AMA augmentent fortement en augmentant le nombre des AMA. Et comme en pratique il est nécessaire de limiter ces déplacements les méthodes de la localisation des pôles offre une possibilité d'augmenter légèrement ces déplacements en augmentant les taux d'amortissement des AMA.

- La forme de la courbe du facteur dynamique en fonction de r varie selon le critère de l'optimisation appliqué. Lorsque les critères C_1 et C_2 sont appliqués, il y a $p + 1$ pics locaux. Cependant, lorsque C_3 et C_4 sont appliqués les pics secondaires disparaissent du fait des valeurs élevées des taux d'amortissement des AMA.

- L'augmentation du nombre des AMA permet d'améliorer la robustesse des différents critères en comparaison avec le cas d'un seul AMA.

- En appliquant le séisme de l'Aquila, le critère C_2 permet de réaliser une bonne atténuation par comparaison aux autres critères.

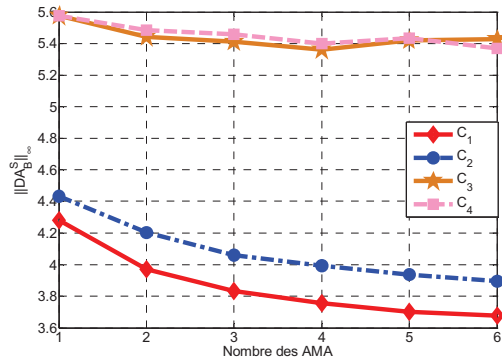


Fig1-Variation de $\|DA_B^S\|_\infty$ en fonction du nombre des AMA et pour les 4 critères d'optimisation.

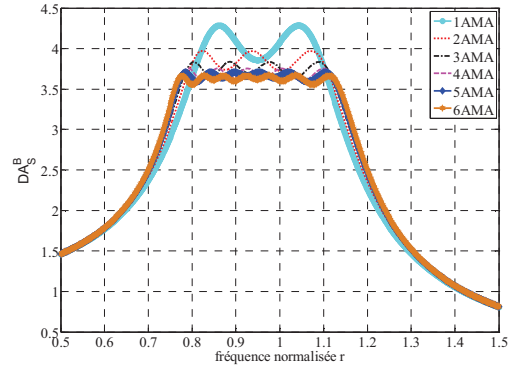


Fig2-Variation de DA_B^S en fonction du nombre des AMA en appliquant le critère C_1

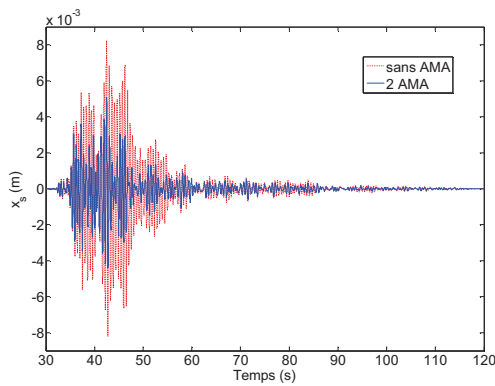


Fig 3- Séisme de l'Aquila- Evolution temporelle du déplacement de la structure principale sans AMA et avec 2 AMA (C_2).

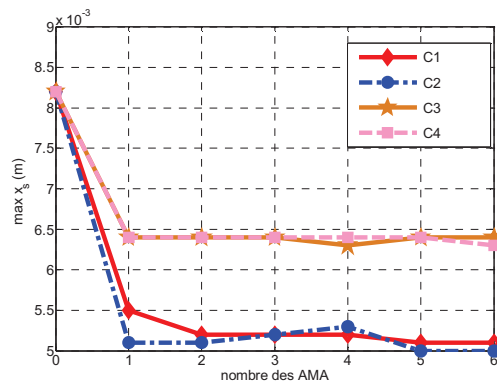


Fig 4- Séisme de l'Aquila-Variation du maximum de $x_s(t)$ en fonction du nombre des AMA et pour les 4 critères d'optimisation.

Références

- [1] Den Hartog J.P., 1947, Mechanical Vibrations. McGraw -Hill Book Co., New York.
- [2] Nishihara O. and Matsuhisa H., 1997, Design of a dynamic vibration absorber for minimization of maximum amplitude magnification factor (derivation of algebraic exact solution), Japanese Society of Mechanical Engineering, vol. 63:3438-3445.
- [3] Zuo L. and Nayfeh S.A., 2003, Minimax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers, Journal of Sound and Vibration, 272:893-908.
- [4] Caruso G., 2001, A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping, Smart Materials and Structures, vol. 10:1059-1068.
- [5] Bisegna P., Caruso G. and Maceri F., 2006, Optimized electric networks for vibration damping of piezoactuated beams, Journal of Sound and Vibration, vol. 289: 908-937.